

# PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI poziom podstawowy

## ZADANIA ZAMKNIĘTE

### Zadanie 1. (0–1)

Odwrotnością liczby rzeczywistej  $\frac{3}{4 - \frac{4}{4-1}}$  jest liczba:

- A.  $-\frac{9}{8}$       B. 0,(1)      C.  $-\frac{8}{9}$       D. 0,(8)

### Zadanie 2. (0–1)

Liczba  $(2 \cdot 5^{-1,5} + 3 \cdot 5^{-1,5}) \cdot \sqrt{5}$  jest równa:

- A. 1      B. 5      C.  $5\sqrt{5}$       D.  $-25$

### Zadanie 3. (0–1)

Średnia arytmetyczna danych: 2, 2, 2,  $x$ , 4, 4, 4, 5 jest równa 3,25. Zatem mediana tych danych wynosi:

- A. 3      B. 3,25      C. 3,5      D. 4

### Zadanie 4. (0–1)

Przybliżenie liczby  $x$  z niedomiarem jest równe 6, a błąd względny tego przybliżenia wynosi 0,04. Zatem:

- A.  $x = 6,24$       B.  $x = 6,25$       C.  $x = 5,75$       D.  $x = 5,76$

### Zadanie 5. (0–1)

W pewnych sondażach poparcie społeczne dla partii X w ciągu ostatniego miesiąca zwiększyło się o 6 punktów procentowych i obecnie jest o 15% większe niż miesiąc temu. Zatem, według tych sondaży, poparcie społeczne dla partii X jest obecnie równe:

- A. 15%      B. 40%      C. 46%      D. 55%

### Zadanie 6. (0–1)

Liczba  $\log 7 - \log 700$  jest równa:

- A.  $\frac{1}{2}$       B.  $\log 693$       C.  $-2$       D.  $-\log 693$

### Zadanie 7. (0–1)

Na ile sposobów można połączyć w pary (dziewczyna – chłopiec) pięć dziewcząt i pięciu chłopców do jednego tańca towarzyskiego?

- A. Na 5 sposobów      B. Na 10 sposobów      C. Na 25 sposobów      D. Na 120 sposobów

**Zadanie 8. (0–1)**Liczba rozwiązań równania  $x(x^2 - 1)(x + 4)^2 = 0$  w zbiorze liczb rzeczywistych jest równa:

- A. 4                      B. 3                      C. 2                      D. 1

**Zadanie 9. (0–1)**Maksymalny przedział, w którym funkcja kwadratowa  $f(x) = 2(x + 1)^2 - 3$  jest malejąca, to:

- A.
- $(-\infty, -3)$
- B.
- $(-\infty, -2)$
- C.
- $(-\infty, -1)$
- D.
- $(-\infty, 1)$

**Zadanie 10. (0–1)**Funkcja kwadratowa  $f(x) = (2x - 6)(5 - x)$  przyjmuje wartości nieujemne tylko wtedy, gdy:

- A.
- $x \in (-\infty, -3) \cup (5, +\infty)$
- B.
- $x \in (-\infty, 3) \cup (5, +\infty)$
- 
- C.
- $x \in (3, 5)$
- D.
- $x \in (3, 5)$

**Zadanie 11. (0–1)**Wykres funkcji  $f(x) = \frac{5}{x-1}$  przesunięto o 3 jednostki w lewo wzdłuż osi  $OX$  i otrzymano wykres funkcji  $g$ . Wówczas funkcję  $g$  opisuje wzór:

- A.
- $g(x) = \frac{5}{x+3}$
- B.
- $g(x) = \frac{5}{x-1} + 3$
- C.
- $g(x) = \frac{5}{x+2}$
- D.
- $g(x) = \frac{5}{x-4}$

**Zadanie 12. (0–1)**Wykres funkcji liniowej  $f(x) = -4x - 2b$  przecina oś  $OY$  poniżej punktu o rzędnej  $-4$ . Zatem liczba  $b$  może być równa:

- A. 4                      B. 2                      C. 0                      D.
- $-8$

**Zadanie 13. (0–1)**Prosta  $k: 3x - 2y + 1 = 0$  jest równoległa do prostej  $l: y = (5m - 1)x + 5m$  tylko wtedy, gdy:

- A.
- $m = 0,1$
- B.
- $m = 0,2$
- C.
- $m = 0,5$
- D.
- $m = 0,8$

**Zadanie 14. (0–1)**Ciąg  $(1, x - 2, x)$  jest rosnącym ciągiem geometrycznym wtedy i tylko wtedy, gdy:

- A.
- $x = 1$
- B.
- $x = 4$
- C.
- $x \in \{1, 4\}$
- D.
- $x \in \{-4, -1\}$

**Zadanie 15. (0–1)**

Pan Zygmunt otrzymał kredyt z banku w wysokości 6000 zł. Odsetki od tego kredytu stanowiły 20% pożyczonej kwoty. Kwotę kredytu wraz z odsetkami spłacił w 12 miesięcznych ratach, z których każda następna była mniejsza od poprzedniej o 50 zł. Wysokość pierwszej raty to:

- A. 875 zł                      B. 1200 zł                      C. 600 zł                      D. 575 zł

**Zadanie 16. (0–1)**

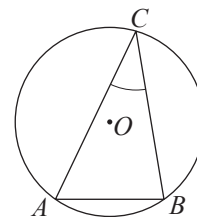
Basen napełniany jest pierwszą rurą w ciągu 6 godzin, a opróżniany drugą w ciągu 4 godzin. Po jakim czasie pełny basen zostanie opróżniony przy obu przepływach otwartych?

- A. Po 2 godzinach              B. Po 10 godzinach              C. Po 12 godzinach              D. Po 24 godzinach

**Zadanie 17. (0–1)**

Na trójkącie ostrokątnym  $ABC$  opisano okrąg, którego promień jest równy 9. Krótszy łuk okręgu wyznaczony przez wierzchołki  $A$  i  $B$  tego trójkąta ma długość  $2\pi$ . Zatem kąt  $ACB$  ma miarę:

- A.  $20^\circ$                       B.  $30^\circ$                       C.  $40^\circ$                       D.  $50^\circ$

**Zadanie 18. (0–1)**

Wiadomo, że  $\sin \alpha - \cos \alpha = \frac{7}{5}$ , gdzie  $\alpha \in (90^\circ, 180^\circ)$ . Wówczas wyrażenie  $\sin \alpha \cdot \cos \alpha$  ma wartość:

- A. 0,48                      B. 0,24                      C. -0,24                      D. -0,48

**Zadanie 19. (0–1)**

Przekątne rombu mają długość 24 cm i 10 cm. Sinus kąta ostrego tego rombu jest równy:

- A.  $\frac{5}{13}$                       B.  $\frac{10}{13}$                       C.  $\frac{120}{169}$                       D.  $\frac{60}{169}$

**Zadanie 20. (0–1)**

Dany jest sześcian o boku długości  $a$ . Odległość punktu przecięcia przekątnych jednej podstawy od dowolnego wierzchołka sześcianu należącego do drugiej podstawy jest równa:

- A.  $a\sqrt{2}$                       B.  $a\sqrt{3}$                       C.  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$                       D.  $\frac{a\sqrt{6}}{2}$

**Zadanie 21. (0–1)**

Powierzchnia boczna stożka po rozwinięciu na płaszczyznę jest półkolem. Zatem kąt rozwarcia stożka ma miarę:

- A.  $30^\circ$                       B.  $60^\circ$                       C.  $90^\circ$                       D.  $120^\circ$

**ZADANIA OTWARTE****Zadanie 22. (0–2)**

Wyznacz najmniejszą i największą wartość funkcji  $f(x) = -2x^2 + 8x + 3$  w przedziale domkniętym  $\langle 0, 5 \rangle$ .

**Zadanie 23. (0–2)**

Dana jest funkcja  $f(x) = -2 + \frac{8}{x+1}$ , gdzie  $x \in \mathbf{R} - \{-1\}$ . Wyznacz wszystkie punkty należące do wykresu funkcji  $f$ , których obie współrzędne są naturalne.

**Zadanie 24. (0–2)**

Wyznacz miarę kąta nachylenia do osi  $OX$  prostej przechodzącej przez dwa punkty o współrzędnych:  $(-3\sqrt{3}, \sqrt{3} - 3)$  i  $(6, 3\sqrt{3})$ .

**Zadanie 25. (0–2)**

Ciąg  $(a_n)$ , gdzie  $n \in \mathbb{N}_+$ , jest ciągiem arytmetycznym, w którym  $a_3 = 4$ . Ciąg  $(b_n)$  jest określony wzorem  $b_n = 2^{a_n}$ . Oblicz  $b_1 \cdot b_2 \cdot b_3 \cdot b_4 \cdot b_5$ .

**Zadanie 26. (0–2)**

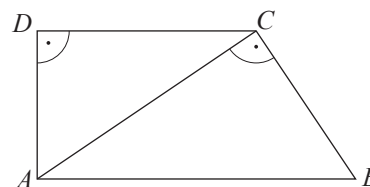
Wykaż, że dla dowolnych liczb rzeczywistych  $x, y$  prawdziwa jest nierówność:  $\frac{5x^2 + y^2}{4} \geq xy$ .

**Zadanie 27. (0–2)**

Rozważamy wszystkie trójkąty, których dwa boki mają długość 5 i 10. Wykaż, że – spośród takich trójkątów – trójkąt o największym polu ma trzeci bok długości  $5\sqrt{5}$ .

**Zadanie 28. (0–4)**

Krótsza przekątna trapezu prostokątnego  $ABCD$  ( $AB \parallel CD$ ) podzieliła ten trapez na dwa trójkąty prostokątne  $ABC$  i  $ACD$  jak na rysunku obok. Wiadomo, że  $|AB| = 25$  i  $|DC| = 16$ . Oblicz długość przekątnej  $AC$  oraz pole trapezu  $ABCD$ .



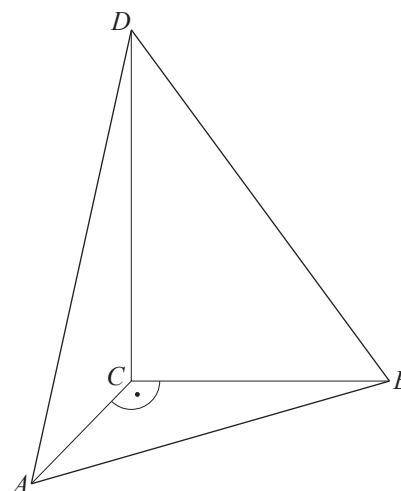
**Zadanie 29. (0–4)**

Ze zbioru cyfr  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$  wylosowano kolejno bez zwracania dwie cyfry i utworzono z nich liczbę dwucyfrową. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia:

- a)  $A$  – co najmniej jedna cyfra tej liczby jest większa od 3;
- b)  $B$  – utworzona liczba jest podzielna przez 3 i jednocześnie nie jest podzielna przez 4.

**Zadanie 30. (0–4)**

Podstawą ostrosłupa jest trójkąt prostokątny  $ABC$ , w którym  $\sphericalangle ACB = 90^\circ$  oraz  $|AC| = 40$  cm i  $|BC| = 30$  cm. Krawędź  $CD$  jest wysokością tego ostrosłupa. Kąt  $\alpha$  jest kątem nachylenia ściany bocznej o największym polu do płaszczyzny podstawy i ma miarę  $60^\circ$ . Oblicz objętość tego ostrosłupa.



**Zadanie 31. (0–5)**

Wierzchołki trójkąta  $ABC$  mają współrzędne:  $A(-6, -2)$ ,  $B(10, 6)$ ,  $C(3, 10)$ . Punkt  $S$  jest środkiem boku  $AB$ . Przez punkt  $S$  poprowadzono prostą prostopadłą do boku  $AB$ , która przecięła bok  $AC$  w punkcie  $P$ . Oblicz długość odcinka  $PC$ .