

I/1. ZBIÓR LICZB RZECZYWISTYCH I JEGO PODZBIORY

Umiejętności:

- określanie wartości logicznej zdań i podawanie ich zaprzeczeń,
- sprawne wykonywanie działań na liczbach całkowitych, ułamkach, pierwiastkach i potęgach,
- stosowanie wzorów skróconego mnożenia,
- podstawowe obliczenia procentowe,
- zaznaczanie na osi liczbowej przedziałów liczbowych oraz wyznaczanie ich sumy, iloczynu i różnicy,
- wyznaczanie wartości bezwzględnej liczb
- rozwiązywanie prostych równań i nierówności z bezwzględną wartością,
- stosowanie definicji oraz własności logarytmów,

Przykładowe zadania:

1. Określ wartość logiczną i podaj zaprzeczenia zdań:

$$7 > -10; \quad 4^0 \neq 1; \quad (-3)^2 \in \mathbb{C}; \quad 5 < 10 \quad i \quad 10 \geq 3; \quad (-3)^2 = -9 \quad \text{lub} \quad (-3)^2 \neq 9$$

2. Mając dane zbiory $A = \{12, 11, 10\}$ i $B = \{8, 9, 10, 11\}$:

a) wypisz wszystkie podzbiory zbioru A ,

b) wyznacz: $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$.

3. Wykonaj działania na liczbach całkowitych:

a) $(-21) - (-14) - 18 + (-26) =$

b) $12 + (-19) + (-16) - 23 =$

c) $4 \cdot (-8) \cdot (-5) \div (-20) =$

d) $4 \cdot (-9) \div (-6) \cdot (-13) =$

e) $((-9 - 16) \cdot (-3)) =$

f) $16 \div ((-3) - 1) =$

g) $-15 - 6 \cdot (-3) =$

h) $((-33) - 32) \div 8 =$

i) $9 \cdot (-3) + (-18) \div (-3) =$

j) $(-7) - 21 \div 3 - (-4) =$

4. Wykonaj działania na ułamkach:

a) $2\frac{2}{11} \cdot \frac{3}{8} \cdot 0,11 =$ b) $\left(2\frac{1}{7} : \frac{5}{14}\right) : 0,6 =$ c) $7\frac{2}{9} + \left(-4\frac{5}{6}\right) =$ d) $-3\frac{1}{6} - \left(-5\frac{3}{4}\right) =$ e) $1,6 - 2\frac{1}{6} - 1 =$

5. Oblicz: 3^{-3} ; 4^{-3} ; $\left(\frac{2}{5}\right)^{-2}$; $\frac{3^2}{7}$; $\left(\frac{3}{7}\right)^{-2}$; $\frac{5^2}{2}$; $64^{\frac{1}{3}}$; $27^{\frac{1}{3}}$; $25^{-\frac{3}{2}}$; $16^{-\frac{3}{2}}$; $81^{-\frac{1}{2}}$; $81^{-\frac{3}{4}}$

6. Przedstaw w postaci jednej potęgi o danej podstawie:

a) $\frac{(a^{-7}a^4)^{-3}}{(a^{-6})^{-5} \div a^{-2}}$ podstawa a ,

b) $\frac{(a^{-4})^{-7} \div a^{-2}}{(a^{-6}a^2)^{-5}}$ podstawa a ,

c) $\sqrt[4]{5} \cdot \frac{1}{5}$ podstawa 5 ,

d) $\frac{1}{7} \cdot \sqrt[4]{7}$ podstawa 7 ,

7. Usuń niewymierność z mianownika:

a) $\frac{\sqrt{7}}{7\sqrt{2}} =$

b) $\frac{5}{5-\sqrt{3}} =$

8. Wykonaj działania:

a) $\sqrt{1600} - 5\sqrt[3]{27} + 2\sqrt[4]{16} =$

b) $\sqrt{2500} - 5\sqrt[4]{16} + 2\sqrt[3]{27} =$

c) $6\sqrt{2} - 8\sqrt{2} - 11\sqrt{2} + 7\sqrt{2} =$

d) $\sqrt{2} - 8\sqrt{3} - 11\sqrt{3} + 7\sqrt{2} + \sqrt{2} - 8\sqrt{3} =$

e) $-8\sqrt{7} - 9(\sqrt{7} - 11) + \sqrt{7} + 7(\sqrt{7} - 4) =$

f) $6\sqrt{8} - 8\sqrt{2} - 11\sqrt{18} + 7\sqrt{50} =$

g) $3\sqrt{12} - 5\sqrt[3]{24} + 2\sqrt[3]{16} - 4\sqrt{27} =$

h) $3\sqrt[3]{24} - 2\sqrt{12} - 5\sqrt{27} + 4\sqrt[3]{16} =$

I/2. ZBIÓR LICZB RZECZYWISTYCH I JEGO PODZBIORY

Umiejętności:

- stosowanie wzorów skróconego mnożenia,
- podstawowe obliczenia procentowe,
- zaznaczanie na osi liczbowej przedziałów liczbowych oraz wyznaczanie ich sumy, iloczynu i różnicy,
- wyznaczanie wartości bezwzględnej liczb
- rozwiązywanie prostych równań i nierówności z bezwzględną wartością,
- stosowanie definicji oraz własności logarytmów

Przykładowe zadania:

1. Zastosuj wzory skróconego mnożenia:

a) $(x - 6)^2 =$ b) $(\sqrt{3} - 2)^2 =$ c) $(x + 5)^2 =$ d) $(\sqrt{2} + 1)^2 =$ e) $(x - 5)(x + 5) =$ f) $(2 - \sqrt{7})(2 + \sqrt{7}) =$

2. Wyznacz:

a) 15% liczby 300, b) liczbę której 24% wynosi 6, c) jaki procent liczby 35 stanowi liczba 14.

3. Zaznacz na osi oraz wyznacz sumę, iloczyn i obie różnice zbiorów:

a) $C = (-6, 10 >$ i $D = (0, 11 >$ b) $A = < -2, 2)$ i $B = < -1, 5)$

4. Oblicz a) $|\pi + 1| =$ b) $|5 - \sqrt{26}| =$ c) $|\pi - 5| =$ d) $|3 + \sqrt{2}| =$ e) $|10 - \pi| =$ f) $|2 - \sqrt{2}| =$

5. Rozwiąż: a) $|x - 7| = 13$ a) $|x + 1| = 3$ b) $|x + 5| < 1$ b) $|x| > 7$ c) $|x - 3| \geq 6$ c) $|x| \leq 4$

6. Oblicz:

a) $\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{9} =$ b) $\log 0,001 =$ c) $\log_{\sqrt{3}} 3 =$ d) $\log_{17} 1 =$ e) $\log_7 7 =$ f) $\log_2 \frac{1}{2} =$ g) $\log_5 \sqrt{5} =$

g) $2\log 5 + \log 4 =$ h) $\log_3 \sqrt{270} - \log_3 \sqrt{10} =$ i) $\log 8 + \log 125 =$

II. FUNKCJA I JEJ WŁASNOŚCI

Umiejętności:

- odczytywanie wartości, argumentów i własności funkcji z wykresu (przykłady funkcji ciągłej),
- wyznaczanie dziedziny funkcji na podstawie wzoru,
- obliczanie wartości funkcji ze wzoru funkcji,
- obliczanie miejsc zerowych ze wzoru funkcji,

Przykładowe zadania:

1. Na podstawie wykresu funkcji (przykłady obok) uzupełnij:

argumenty lub wartości: $f(-1) = \dots$ $f(2) = \dots$ $f(\dots) = 0$ $f(\dots) = 3$

$D_f = \dots$

$Z_w = \dots$

$y_{max} = \dots$ dla $x = \dots$

$y_{min} = \dots$ dla $x = \dots$

miejsca zerowe: \dots

$y > 0$ dla $x = \dots$

$y < 0$ dla $x = \dots$

monotoniczność:

$f \nearrow$ dla $x = \dots$

$f \searrow$ dla $x = \dots$

$f \rightarrow$ dla $x = \dots$

2. Wyznacz dziedziny i miejsca zerowe funkcji:

a) $y = \frac{x-6}{x+4}$

b) $y = \sqrt{x-7}$

c) $y = 3x-4$

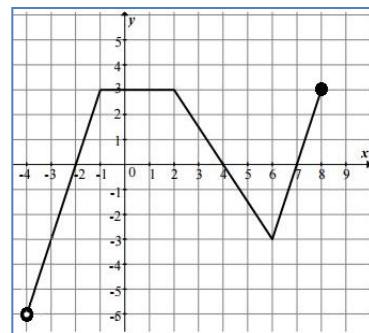
d) $y = \frac{x+3}{x-5}$

e) $y = \sqrt{x+1}$

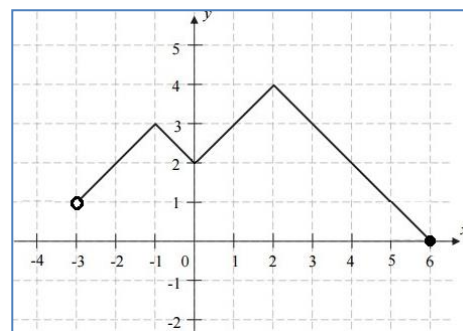
f) $y = -2x+5$

3. Oblicz wartości funkcji z poprzedniego zadania dla argumentów $x \in \{-1, 0, \frac{1}{2}\}$.

Rysunek 1



Rysunek 2



III/1. FUNKCJA LINIOWA

Umiejętności:

- rysowanie wykresów funkcji liniowej,
- sprawdzanie, czy punkt należy do wykresu funkcji liniowej,
- wyznaczanie równania prostej przechodzącej przez dwa punkty,
- wyznaczanie równania prostej równoległej do danej i przechodzącej przez dany punkt,
- wyznaczanie równania prostej prostopadłej do danej i przechodzącej przez dany punkt,

Przykładowe zadania:

1. Sprawdź, czy na wykresie funkcji $y = 2x + 4$ leżą punkty: $A(-1, 2)$, $B(5, -2)$.
2. Mając dane punkty $A(-1, 2)$, $B(5, -2)$ wyznacz równanie prostej AB i narysuj jej wykres.
3. Wyznacz równanie prostej przechodzącej przez punkt $P(1, -4)$ i równoległej do $y = 2x + 4$ i narysuj jej wykres.
4. Wyznacz równanie prostej przechodzącej przez punkt $P(-1, -4)$ i prostopadłej do $y = 2x + 4$ i narysuj jej wykres.
5. Wyznacz równanie prostej nachylonej do osi OX pod kątem 45° i przecinającej oś OY w punkcie 3 i narysuj jej wykres.

III/2. FUNKCJA LINIOWA – RÓWNANIA, NIERÓWNOŚCI I UKŁADY RÓWNAŃ LINIOWYCH

Umiejętności:

- rozwiązywanie równań i nierówności liniowych,
- rozwiązywanie prostych układów równań liniowych,
- przedstawianie interpretacji graficznej układu równań liniowych

Przykładowe zadania:

1. Rozwiąż równania:

- a) $2(x + 4) - 5(x + 3) = 2(3x - 8)$
- b) $4(x - 2) - 2(x - 4) \leq 5(x + 1) - 3x$
- c) $3 + \frac{8+x}{2} = 2x + 13$
- d) $\frac{x+4}{5} + \frac{2x+9}{10} = \frac{-2-x}{2}$
- e) $\frac{x}{3} - \frac{5}{6} = \frac{1}{12} - \frac{x}{2}$

2. Rozwiąż nierówności:

- a) $3(x + 6) - x \geq 2(x + 9)$
- b) $-2(x + 3) + 4(2x + 3) \geq -6$
- c) $x - (7 + 2x) > 2(x - 1) + 1$
- d) $\frac{x}{2} - \frac{3}{4} < \frac{7}{8} + \frac{x}{4}$
- e) $\frac{x+5}{3} - 5 > x - 2$

3. Rozwiąż układy równań

- a) $\begin{cases} x + y = 2 \\ 2x = 2 \end{cases}$
- b) $\begin{cases} x - y = 6 \\ x = -y \end{cases}$
- c) $\begin{cases} 2x + y = -1 \\ x = y + 7 \end{cases}$
- d) $\begin{cases} 2x - 5y = 2 \\ y - 2x = -10 \end{cases}$
- e) $\begin{cases} x + y = 2 \\ x - y = 8 \end{cases}$
- f) $\begin{cases} -2x + y = 4 \\ 2x + 2y = 2 \end{cases}$
- g) $\begin{cases} x - 2y = -14 \\ 2x - y = -10 \end{cases}$
- h) $\begin{cases} -3x + 2y = -1 \\ 2x - 3y = 1 \end{cases}$

4. Rozwiąż graficznie układy równań:

- a) $\begin{cases} y + 2x = 4 \\ y = x - 2 \end{cases}$
- b) $\begin{cases} y = x \\ x + y = 2 \end{cases}$
- c) $\begin{cases} y - x - 1 = 0 \\ y + x + 1 = 2 \end{cases}$

IV. PRZEKSZTAŁCENIA WYKRESÓW FUNKCJI

Umiejętności:

- wyznaczanie współrzędnych obrazu danego punktu w symetrii względem osi OX lub osi OY lub początku układu,
- rysowanie wykresu funkcji $y = |x|$ i $y = x^2$,
- rysowanie wykresu funkcji $y = -|x|$ i $y = -x^2$,
- rysowanie wykresu funkcji przesuniętej wzdłuż osi OY,
- rysowanie wykresu funkcji przesuniętej wzdłuż osi OX,
- rysowanie wykresu funkcji przesuniętej wzdłuż obu osi (wyznaczanie funkcji podstawowej i przesunięcia),

Przykładowe zadania:

1. Mając dany punkt $P(-7,3)$, podaj współrzędne punktu symetrycznego do niego względem:

- a) osi OX, b) osi OY, c) początku układu współrzędnych.

2. Narysuj wykres funkcji: a) $y = -|x|$ b) $y = -x^2$.

3. Narysuj wykres funkcji: a) $y = |x| - 3$ b) $y = x^2 + 1$ c) $y = |x| + 2$ d) $y = x^2 - 4$.

4. Narysuj wykres funkcji: a) $y = |x - 5|$ b) $y = (x - 2)^2$ c) $y = |x + 3|$ d) $y = (x + 1)^2$.

5. Narysuj wykres funkcji: a) $y = |x - 5| + 3$ b) $y = (x - 2)^2 - 1$ c) $y = |x + 3| - 2$ d) $y = (x + 1)^2 + 4$.

V. FUNKCJA KWADRATOWA

Umiejętności:

- rysowanie wykresu funkcji kwadratowej (wierzchołek, miejsca zerowe),
- doprowadzanie funkcji w postaci ogólnej do postaci kanonicznej lub iloczynowej,
- rozwiązywanie równań kwadratowych,
- rozwiązywanie nierówności kwadratowych.

Przykładowe zadania:

1. Narysuj wykres funkcji kwadratowej np. $y = x^2 + 2x - 3$, wyznaczając jej punkty charakterystyczne (wierzchołek, miejsca zerowe, punkt przecięcia z OY – tablice z wzorami).

2. Doprowadź do postaci kanonicznej funkcję: $y = -2x^2 - 8x - 6$.

3. Doprowadź do postaci iloczynowej funkcję: $y = x^2 - 8x$.

4. Rozwiąż równania:

a) $(x - 6)(x + 11) = 0$

b) $x^2 - 9 = 0$

c) $-3x^2 + 2x - 5 = 2 + 3x$

d) $x^2 - 3x - 10 = 0$

5. Rozwiąż nierówności:

a) $x^2 - 6x + 9 \leq 0$

b) $-x^2 - 6x + 7 < 0$

c) $x^2 + x + 9 > 0$

d) $(x - 4)(x + 3) \leq 0$

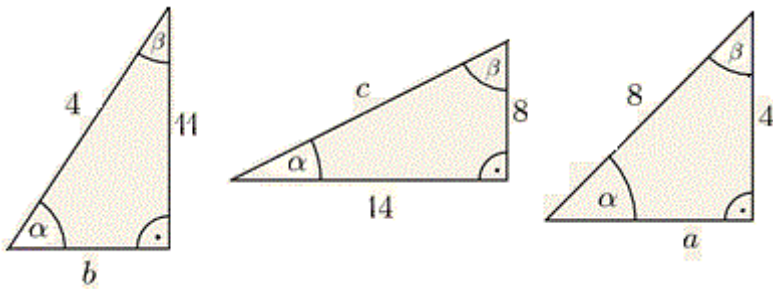
VI. TRYGNOMETRIA

Umiejętności:

- obliczanie wartości funkcji trygonometrycznych kątów ostrych w trójkącie prostokątnym,
- obliczanie wartości funkcji trygonometrycznych kątów skierowanych, mając dany punkt na ramieniu końcowym,
- obliczanie wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego, mając daną jedną z nich,
- wykorzystanie wartości funkcji trygonometrycznych kątów charakterystycznych (30° , 45° , 60°)

Przykładowe zadania:

1. Oblicz wartości pozostałych funkcji kąta ostrego α , wiedząc, że: a) $\cos \alpha = \frac{8}{10}$ b) $\sin \alpha = \frac{6}{10}$
2. Oblicz wartości funkcji trygonometrycznych kąta, którego ramię końcowe przechodzi przez punkt $P(-4, 3)$.
3. Oblicz wartości funkcji trygonometrycznych kąta α i β



4. Oblicz: $\sin 30^\circ + \cos 60^\circ - \operatorname{tg} 45^\circ =$

VII. PLANIMETRIA

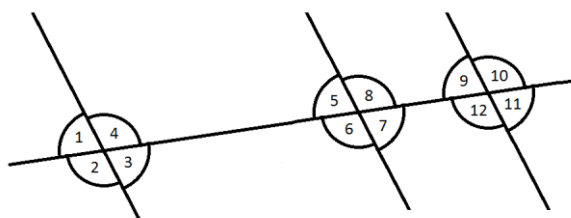
Umiejętności:

- stosowanie własności kątów wierzchołkowych, przyległych, odpowiadających i naprzemianległych,
- stosowanie własności kątów wpisanych i środkowych w okręgu,
- stosowanie wzorów na pole trójkąta do obliczania pól, wysokości oraz promieni koła opisanego i wpisanego,
- stosowanie własności trójkąta równobocznego (pole, wysokość, kąty, promień koła opisanego i wpisanego),
- obliczanie pól czworokątów z zastosowaniem twierdzenia Pitagorasa

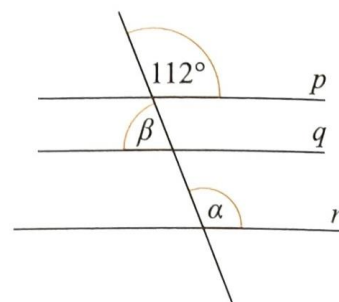
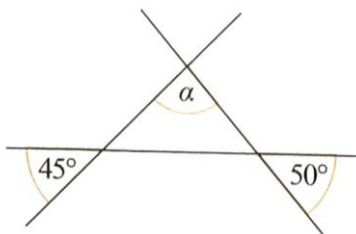
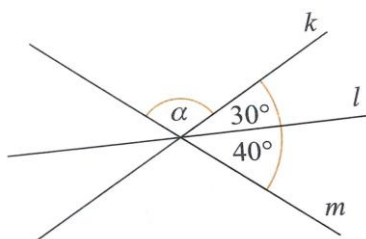
Przykładowe zadania:

1. Wypisz po dwie pary kątów (rys. obok)

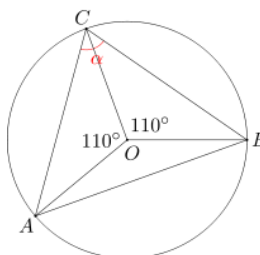
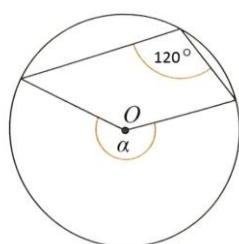
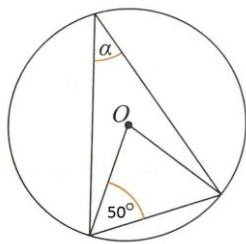
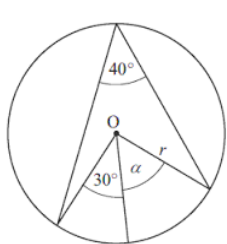
- przyległych: ... i ..., ... i ...
- wierzchołkowych: ... i ..., ... i ...
- odpowiadających: ... i ..., ... i ...
- naprzemianległych: ... i ..., ... i ...



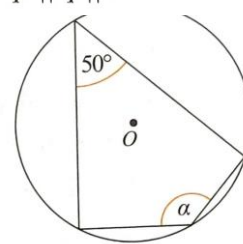
2. Wyznacz miarę kąta α i kąta β :



3. Wyznacz kąt α :



$p \parallel q \parallel r$



4. Boki trójkąta mają długości 14,10,6

- oblicz pole trójkąta,
- znajdź długość jednej z wysokości
- wyznacz promień i oblicz pole koła opisanego na tym trójkącie,
- wyznacz promień i oblicz obwód koła wpisanego w ten trójkąt.

5. Mając dany trójkąt równoboczny o boku 10 cm:

- oblicz pole trójkąta,
- znajdź długość wysokości
- wyznacz promień i oblicz obwód koła opisanego na tym trójkącie,
- wyznacz promień i oblicz pole koła wpisanego w ten trójkąt.

6. Oblicz pole trójkąta, którego dwa boki mają długości 16 cm i 10 cm, a kąt między nimi ma miarę 30° .

7. Działka ma kształt trójkąta prostokątnego o przyprostokątnych 5 m i 12 m. Oblicz powierzchnię tej działki.

8. Oblicz pole trapezu równoramiennego, którego ramię ma długość 5, a podstawy 10 cm i 18 cm.

9. Oblicz pole rombu o boku 16 cm i kacie ostrym 60° .

VIII. WYRAŻENIA ALGEBRAICZNE

Umiejętności:

- wykonywanie działań na wyrażeniach algebraicznych,
- stosowanie wzorów skróconego mnożenia,
- obliczanie wartości wyrażeni algebraicznych dla danych liczb,
- przekształcanie wzorów,
- rozwiązywanie prostych równań wielomianowych

Przykładowe zadania:

1. Wykonaj działania:

porządkowanie jednomianów:

- a) $-4ab^3c \cdot 5a^4bc^2 =$
 b) $-2xy^4 \cdot (-3x^4yz) =$
 c) $(-5uv^5p)^2 \cdot 4u^5vp^6 =$
 d) $-3a^5b^4 \cdot (-2a^4b)^3 =$

opuszczanie nawiasów, redukcja wyrazów podobnych:

- e) $-(u+v) - (5u-7v) + (2v-3u) =$
 f) $-(a-2b) - (10a+7b) + (-a-b) =$
 g) $-(3x^2+x) - (7x^2+3x) + (3x^2+8x) =$
 h) $-(3x^2+x) + (x^2-6x) - (4x^2-5x) =$

mnożenie jednomianu przez nawias:

- i) $3xy(2xy-5y+4x) =$
 j) $7a^2(-3a^3+6a-2) =$
 k) $-2xy^2(-5y+2x) =$
 l) $-12x^7yz^3(10xyz-4x^2y^2z^3) =$

mnożenie nawiasów

- t) $(3x+2y)(5x-4y) =$
 m) $(6x-2x^2)(4x-4x^3) =$
 n) $(-xy+2x^2y)(5xy-4xy^2) =$

wzory skróconego mnożenia:

różnica kwadratów

- o) $(3x+8)(3x-8) =$
 p) $(5x-9y)(5x-9y) =$
 q) $(6x-2x^2)(6x+2x^2) =$

kwadrat sumy

- r) $(u+4v)^2 =$
 s) $(7a+b)^2 =$
 t) $(3x+5y)^2 =$

kwadrat różnicy

- u) $(x-3y)^2 =$
 y) $(2v-u)^2 =$
 z) $(4a-6b)^2 =$

2. Uporządkuj wyrażenia, a następnie oblicz ich wartość dla danych liczb:

- a) $-(x^2+5x) + (2x^2-3x) - (x^2-7x) =$ dla $x = \sqrt{3}$
 b) $(5x-4x^2)(3x-x^3) =$ dla $x = -2$
 c) $(x-2x^2)(7x+8x^2) =$ dla $x = \frac{1}{2}$

3. Wyznacz ze wzoru wskazaną wielkość:

$$\left| \begin{array}{l} av = v_0 - at, a \\ P = \frac{ah}{2}, h \\ F = \frac{mV^2}{R}, R \end{array} \right.$$

$$\left| \begin{array}{l} W = mg(h_2 - h_1), h_1 \\ P = \frac{1}{3}(a^2 + 2ab), b \\ s = \frac{v_1 + v_2}{2} \cdot t, v_1 \end{array} \right.$$

$$\left| \begin{array}{l} R = R_0(1 + \alpha \cdot t), \alpha \\ f = \frac{k+1}{k} + a, a \\ \frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2}, T_2 \end{array} \right.$$

$$\left| \begin{array}{l} zx = 5w + 3x, x \\ a = \frac{F_1 - F_2}{m}, F_2 \\ W = \frac{U^2}{R} \cdot t, R \end{array} \right.$$

$$\left| \begin{array}{l} Q = cm(T_2 - T_1), T_2 \\ F = \frac{GMm}{R^2}, M \\ s = \frac{at^2}{2}, t \end{array} \right.$$

IX. WYRAŻENIA WYMIERNE

Umiejętności:

- mnożenie i dzielenie wyrażeń wymiernych (skracać, rozkładanie na czynniki stosując wyciąganie wspólnego czynnika przed nawias oraz wzoru na różnicę kwadratów – 1a i 1b),
- dodawanie i odejmowanie wyrażeń wymiernych (1c i 1d)
- rozwiązywanie prostych równań wymiernych,
- rysowanie wykresu funkcji homograficznej (wyznaczanie funkcji podstawowej i przesunięcia),
- określanie dziedziny i zbioru wartości funkcji homograficznej, na podstawie wykresu.

Przykładowe zadania:

1. Wykonaj działania:

$$\text{a) } \frac{4a^2b^5}{7a^6b^2} \div \frac{16a^2b^4}{21a^3b} = \quad \text{b) } \frac{x^2-1}{x+2} \cdot \frac{x^2-4}{3x^2-6x} = \quad \text{c) } \frac{x^2-5}{x+2} - \frac{x^2+5}{x+2} = \quad \text{d) } \frac{5}{x-1} + \frac{3}{x+2} =$$

2. Rozwiąż:

$$\text{a) } \frac{x+3}{x+1} = \frac{x-1}{x-2} \quad \text{b) } \frac{3x-5}{4x-2} = 7 \quad \text{c) } \frac{5}{11} = \frac{2x-4}{x+1}$$

3. Naskicuj wykres funkcji $f(x) = \frac{-2}{x+1} + 3$. Odczytaj z wykresu dziedzinę i zbiór wartości.

X. CIĄGI

Umiejętności:

- wyznaczanie wyrazów ciągu liczbowego ze wzoru na wyraz ogólny ciągu,
- wyznaczanie wyrazów dodatnich/ujemnych/równych zero danego wzorem ciągu liczbowego,
- stosowanie własności ciągu arytmetycznego do wyznaczania różnicy, dowolnego wyrazu, sumy n początkowych wyrazów,
- stosowanie własności ciągu geometrycznego do wyznaczania ilorazu, dowolnego wyrazu, sumy n początkowych wyrazów,

Przykładowe zadania:

1. Mając dany ciąg liczbowy $a_n = 2n + 8$:

a) wyznacz a_4, a_1, a_{n+1}

b) określ, które wyrazy są równe zero/dodatnie/ujemne.

2. Wyznacz 5 pierwszych wyrazów ciągu: a) $a_n = 6 - n$, b) $b_n = \frac{5}{2^n}$.

3. Mając dany ciąg arytmetyczny, w którym $a_1 = -6, r = 8$ wyznacz S_{20} .

4. Wyznacz a_1 i r ciągu arytmetycznego, w którym $a_5 = -11, a_{11} = 7$.

5. Wyznacz a_1 i r ciągu arytmetycznego $a_n = 5n - 2$.

6. Mając dany ciąg geometryczny $a_n = \frac{3}{2^n}$ wyznacz a_1, q i S_5 .

7. Mając dany ciąg geometryczny, w którym $a_1 = 32, a_2 = 8$. Wyznacz S_5 .

8. Wyznacz a_1 i q ciągu geometrycznego, w którym $a_2 = \frac{8}{63}, a_5 = \frac{1}{63}$.

XI. FUNKCJA WYKŁADNICZA

Umiejętności:

- sprawne wykonywanie działań na potęgach,
- stosowanie własności potęg,
- rysowanie wykresu funkcji wykładniczej (wyznaczanie funkcji podstawowej i przesunięcia),
- określanie na podstawie wykresu dziedziny i zbioru wartości funkcji homograficznej

Przykładowe zadania:

1. Oblicz: 3^{-3} ; 4^{-3} ; $\left(\frac{2}{5}\right)^{-2}$; $\frac{3^2}{7}$; $\left(\frac{3}{7}\right)^{-2}$; $\frac{5^2}{2}$; $64^{\frac{1}{3}}$; $27^{\frac{1}{3}}$; $25^{-\frac{3}{2}}$; $16^{-\frac{3}{2}}$; $81^{-\frac{1}{2}}$; $81^{-\frac{3}{4}}$

2. Przedstaw w postaci jednej potęgi o danej podstawie:

a) $\frac{(a^{-7}a^4)^{-3}}{(a^{-6})^{-5} \div a^{-2}}$ podstawa a , b) $\frac{(a^{-4})^{-7} \div a^{-2}}{(a^{-6}a^2)^{-5}}$ podstawa a ,

c) $\sqrt[4]{5} \cdot \frac{1}{5}$ podstawa 5 , d) $\frac{1}{7} \cdot \sqrt[4]{7}$ podstawa 7 , e) $8 \cdot \sqrt[3]{4}$ podstawa 2 , f) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} : \frac{1}{9}$ podstawa 3 ,

3. Narysuj wykres funkcji $y = 3^{x+2} - 1$, a następnie wyznacz:

- zbiór wartości
- miejsce zerowe
- przedział, w którym przyjmuje wartości dodatnie (ujemne).

XII. GEOMETRIA ANALITYCZNA (PROSTE NA PŁASZCZYŹNIE)

Umiejętności:

- stosowanie wzoru na długość odcinka,
- stosowanie wzoru na środek odcinka,
- wyznaczanie równania prostej przechodzącej przez dwa punkty,
- wyznaczanie równania prostej równoległej do danej i przechodzącej przez dany punkt,
- wyznaczanie równania prostej prostopadłej do danej i przechodzącej przez dany punkt,
- wyznaczanie równania prostej nachylonej do osi OX pod danym kątem i przechodzącej przez dany punkt,

Przykładowe zadania:

1. Mając dane punkty $A (-1, 2)$ $B (5, -2)$ wyznacz:

- a) długość odcinka AB b) środek odcinka AB c) równanie prostej AB ,

2. Wyznacz równanie prostej przechodzącej przez punkt $P (1, -4)$ i równoległej do $y = 2x + 4$.

3. Wyznacz równanie prostej przechodzącej przez punkt $P (-1, -4)$ i prostopadłej do $y = 2x + 4$.

4. Wyznacz równanie prostej nachylonej do osi OX pod kątem 45° i przecinającej oś OY w punkcie 3.

XIII. STEREOMETRIA

Umiejętności:

- zaznaczanie kątów pomiędzy krawędziami wielościanów oraz między jedną z krawędzi a podstawą,
- określanie liczby krawędzi, ścian i wierzchołków wielościanów,
- stosowanie własności sześcianu: pole ściany, pole powierzchni bocznej, pole powierzchni całkowitej, przekątna ściany, przekątna sześcianu, objętość,
- obliczanie pól powierzchni i objętości graniastopupów i ostrosłupów w prostych zadaniach,
- obliczanie pól powierzchni i objętości brył obrotowych w prostych zadaniach.

Przykładowe zadania:

1. Zaznacz na obu rysunkach kąty:

α – między sąsiednimi krawędziami bocznymi

β – między krawędzią boczną a płaszczyzną podstawy



2. Ile krawędzi, wierzchołków i ścian ma:

a) graniastopup 7-kątny, b) graniastopup 10-kątny, c) ostrosłup 10-kątny, d) ostrosłup 7-kątny.

3. Sześcián od A do Z np.:

a) oblicz pole całkowite sześcianu, którego przekątna ma długość $8\sqrt{3}$.

b) pole powierzchni bocznej sześcianu wynosi 64. Oblicz objętość tego sześcianu.

c) pole podstawy sześcianu wynosi 16. Oblicz jego objętość.

6. Oblicz pole całkowite i objętość prostopadłościanu, którego wysokość wynosi 11 cm, a krawędzie podstawy są odpowiednio o 5 cm i o 7 cm krótsze.

7. Oblicz objętość i pole powierzchni całkowitej bryły powstałej przez obrót prostokąta o bokach $a = 6$ cm i $b = 12$ cm wokół prostej zawierającej krótszy bok.

8. Oblicz objętość i pole powierzchni całkowitej bryły powstałej przez obrót trójkąta prostokątnego o przyprostokątnych $a = 6$ cm i $b = 8$ cm wokół prostej zawierającej najkrótszy bok.

9. Trójkąt równoboczny o boku 10 cm obraca się wokół prostej przechodzącej przez jego wysokość. Oblicz V i P_c powstałej bryły.

10. Wysokość walca ma długość 8 cm. Oblicz V i P_c jeżeli przekątna przekroju osiowego $d = 10$ cm.

11. Oblicz V i P_c stożka, jeżeli jego wysokość $h = 5$ cm, a średnica podstawy $s = 12$ cm.

XIV. ELEMENTY STATYSTYKI OPISOWEJ

Umiejętności:

- odczytywanie danych z diagramów,
- obliczanie średniej arytmetycznej i ważonej,
- wyznaczanie mediany serii danych,
- obliczanie wariancji i odchylenia standardowego.

Przykładowe zadania:

1. Oblicz medianę, średnią, wariancję i odchylenie standardowe serii danych:

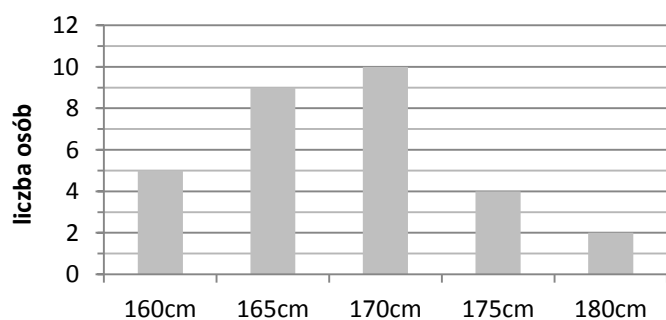
a) 1,2,2,3,3,1,2,9,1

b) 3,4,5,3,4,5,3,3

2. Oblicz średnią ważoną ocen uzyskanych na sprawdzianie w 20-osobowej klasie:

ndst – 3 osoby, *dop* – 5 osób, *dst* – 10 osób, *db* – 7 osób, *bdb* – 4 osoby, *cel* – 1 osoba.

3. Diagram przedstawia wyniki pomiaru wzrostu w pewnej klasie. Ile osób ma wzrost powyżej średniego?



XV. TEORIA PRAWDOPODOBIENSTWA I KOMBINATORYKA

Umiejętności:

- określanie liczby możliwych sytuacji w prostych zadaniach kombinatorycznych,
- proste zadania z zastosowaniem drzewek,
- różne zadania związane z dwukrotnym rzucie kością lub monetą.

Przykładowe zadania:

1. Ile jest liczb trzycyfrowych, utworzonych tylko z cyfr parzystych?
2. Ile jest liczb czterocyfrowych o różnych cyfrach, utworzonych z cyfr {1,5,8,9}?
3. Na ile sposobów można posadzić 8 gości przy 8-osobowym stole?
4. Na ile sposobów można wybrać trzydaniowy posiłek, mając do wyboru: 5 zup, 6 drugich dań i 4 desery.
5. W urnie jest 3 kule zielone i 5 czarnych. Losujemy ze zwracaniem 2 kule. Oblicz prawdopodobieństwo wylosowania kul jednego koloru (zastosowanie drzewka).
6. Na loterii jest 100 losów, w tym 20 pustych. Oblicz prawdopodobieństwo wylosowania dwóch wygrywających.
7. Rzucono 2 razy kostką do gry. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzeń:
A – wypadło dwa razy to samo B – suma oczek wynosi 10 C – iloczyn oczek jest mniejszy od 40"